

ΘΕΜΑ Α:

A1: $\longrightarrow \beta$

A2: $\longrightarrow \gamma$

A3: $\longrightarrow \beta$

A4: $\longrightarrow \gamma$

A5: $\longrightarrow \alpha \longrightarrow \Lambda$

$\beta \longrightarrow \Lambda$

$\gamma \longrightarrow \Sigma$

$\delta \longrightarrow \Lambda$

$\epsilon \longrightarrow \Sigma$

ΘΕΜΑ Β:

B1. Αφού το σημείο ταλαντώνεται με πλάτος $2A$ θα ισχύει: $r_1 - r_2 = k\lambda$
 Αυξάνοντας την συχνότητα θα έχουμε από τη θεμελιώδη εξίσωση της
 κυματικής: $\frac{c}{\lambda} = f$. Άρα:

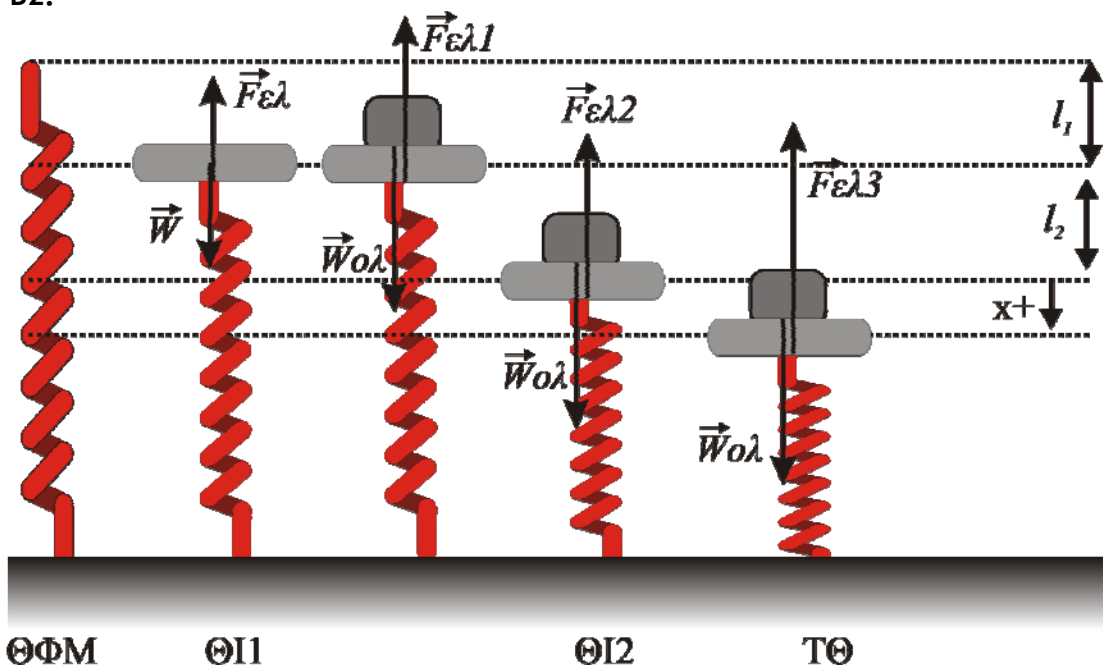
$$\lambda f = \lambda' f' \Leftrightarrow \lambda' = \frac{\lambda f}{f'} \Leftrightarrow \lambda' = \frac{\lambda f}{2f} \Leftrightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{2}$$

Και για το νέο πλάτος θα είναι $A' = \left| 2A \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda'} \right| = \left| 2A \sin 2\pi \frac{k\lambda}{2 \cdot \frac{\lambda}{2}} \right| \Leftrightarrow$

$$A' = |2A \sin 2\pi k| \Rightarrow A' = 2A$$

Σωστή απάντηση η (α).

B2.



Στη ΘΙ₁: $\vec{\Sigma F} = 0 \Rightarrow \dots Mg = Kl_1$ (1)

Στη ΘΙ₂:

$\vec{\Sigma F} = 0 \Rightarrow \dots (M + m)g = \kappa(l_1 + l_2) \Rightarrow Mg + mg = Kl_1 + Kl_2 \Rightarrow mg = Kl_2$ (2)

Στην ΤΘ: $\Sigma F = (M + m)g - K(l_1 + l_2 + x) = Mg + mg - Kl_1 - Kl_2 - Kx \Rightarrow$

$\Sigma F = -Kx$ άρα το σύστημα κάνει ΑΑΤ με $D=K$.

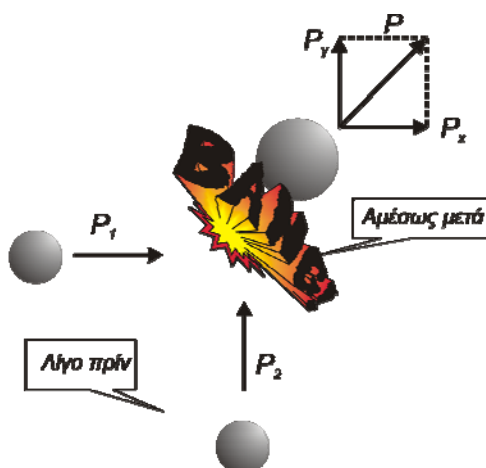
Γνωρίζουμε ότι $U_{\max} = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}KA^2$.

Όμως $A=l_2$ (Η απόσταση των δύο θέσεων ισορροπίας).

Έτσι: $U_{\max} = \frac{1}{2}Kl_2^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} U_{\max} = \frac{1}{2}K \frac{m^2g^2}{K^2} \Leftrightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} \frac{m^2g^2}{K}$

Σωστή απάντηση η (α).

B3.



Από την ΑΔΟ στον $x'x$ έχουμε: $P_{\Delta\Pi}^{x'x} = P_{AM}^{x'x} = m_1 u_1 = (m_1 + m_2) v_x$.

$$\Rightarrow v_x = \frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 4}{5} = \frac{8}{5} \text{ m/s}$$

ΑΔΟ στον $y'y$ έχουμε: $P_{\Delta\Pi}^{y'y} = P_{AM}^{y'y} \Rightarrow m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v_y$

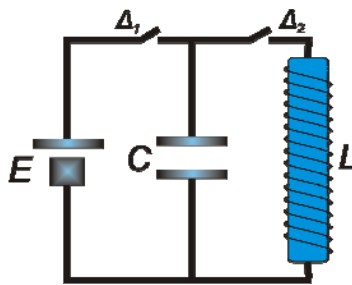
$$\Rightarrow v_y = \frac{m_2 u_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5} \text{ m/s}$$

$$v_k = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \sqrt{4} \Rightarrow v_k = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{Άρα } K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 = \frac{1}{2} (2 + 3) \cdot 2^2 \Rightarrow K = 10 \text{ J}$$

Σωστή απάντηση η (B).

ΘΕΜΑ Γ:



Γ1. Είναι $Q = C \cdot E \Leftrightarrow Q = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \Rightarrow Q = 40 \cdot 10^{-6} \text{ C} \Leftrightarrow Q = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

Γ2. Θα είναι $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-6}} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{16 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow T = 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-4} \Leftrightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ sec}$

Γ3. Θα έχουμε από την σχέση του σχολικού βιβλίου:

$$I = -I \eta \omega t. \text{ Όμως } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-4}} = \frac{10^4}{4} \Leftrightarrow \omega = 2500 \text{ r/s}$$

$$\text{Επίσης } I = \omega Q \Leftrightarrow I = 2500 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \Leftrightarrow I = 10^4 \cdot 10^{-5} \Leftrightarrow I = 10^{-1} \text{ A} \Rightarrow I = 0,1 \text{ A}$$

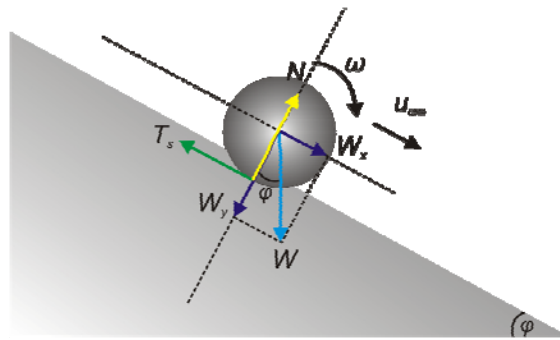
$$\text{Άρα } I = -0,1 \eta \mu 2500t \quad (\text{A})$$

Γ4. Από την ΑΔΕΤ θα έχουμε:

$$E_{\text{ολ}} = U_E + U_B \xrightarrow{U_B = 3U_E} E_{\text{ολ}} = U_E + 3U_E \Leftrightarrow E_{\text{ολ}} = 4U_E \Leftrightarrow \frac{Q^2}{2C} = 4 \frac{q^2}{2C} \Leftrightarrow$$

$$q = \pm \frac{Q}{2} \Leftrightarrow q = \pm 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

ΘΕΜΑ Δ:



Δ1. Για τον Δίσκο γνωρίζουμε ότι κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κύλιση άρα για την μεταφορική του επιτάχυνση (επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου) θα είναι:

$$x = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \Rightarrow a_{cm} = \frac{2x}{t^2} \Leftrightarrow a_{cm} = \frac{2 \cdot 2}{1} = a_{cm} = 4 \text{ m/s}^2$$

Για την μεταφορική κίνηση: $\Sigma F = ma_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_s = ma_{cm} \Rightarrow mg \eta \mu \phi - T_s = ma_{cm}$ (1)

Για την στροφική κίνηση θα έχουμε: $\Sigma \tau = I \alpha_\gamma \Rightarrow T_s R = I \alpha_\gamma \Leftrightarrow T_s = \frac{I \alpha_\gamma}{R}$

$$\Leftrightarrow T_s = I \frac{a_{cm}}{R^2} \quad (2)$$

Από (1) και (2) θα είναι: $mg \eta \mu \phi - I \frac{a_{cm}}{R^2} = ma_{cm} \Leftrightarrow$

$$mg \eta \mu \phi - ma_{cm} = I \frac{a_{cm}}{R^2} \Leftrightarrow I = \frac{R^2}{a_{cm}} (mg \eta \mu \phi - ma_{cm}) \Leftrightarrow$$

$$I = \frac{1}{4} \left(2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 4 \right) \Rightarrow I = 0,5 \text{ Kg m}^2$$

Δ2. Για τον δίσκο θα έχουμε:

$$\Sigma F = ma_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_s = ma_{cm} \Rightarrow mg \eta \mu \phi - T_s = ma_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma \tau = I \alpha_\gamma \Rightarrow T_s R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha_\gamma \Leftrightarrow T_s = \frac{m a_{cm}}{2} \quad (2)$$

Από (1) και (2) θα είναι $mg \eta \mu \phi - \frac{1}{2} m a_{cm} = ma_{cm} \Leftrightarrow g \eta \mu \phi = \frac{3}{2} a_{cm} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a_{cm} = \frac{2 g \eta \mu \phi}{3} \Leftrightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

Για τον Δακτύλιο ομοίως θα έχουμε:

$$\Sigma F = ma_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_s = ma_{cm} \Rightarrow mg \eta \mu \phi - T_s = ma_{cm} \quad (3)$$

$$\Sigma \tau = I \alpha_\gamma \Rightarrow T_s R = m R^2 \alpha_\gamma \Leftrightarrow T_s = m a_{cm} \quad (4)$$

Από (3) και (4) θα είναι $mg \eta \mu \phi - m a_{cm} = m a_{cm} \Leftrightarrow g \eta \mu \phi = 2 a_{cm} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a_{cm} = \frac{g \eta \mu \phi}{2} \Leftrightarrow a_{cm} = \frac{10}{4} \text{ m/s}^2$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου είναι μεγαλύτερη από αυτήν του δακτυλίου.

Δ3. Τόσο ο δίσκος όσο και ο δακτύλιος κάνουν κύλιση με την ίδια ταχύτητα κέντρου μάζας u_{cm} . Άρα θα έχουμε

για τον ίδιο δίσκο:

$$K_1 = \frac{1}{2}mU_1^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mU_1^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{4}mu^2$$

$$K_1 = \frac{3}{4}mu^2.$$

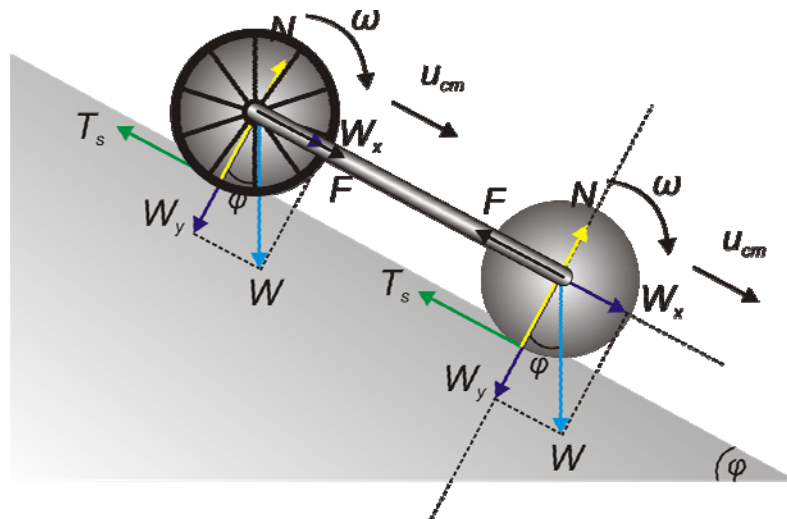
Για τον δακτύλιο:

$$K_2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mR^2\omega^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mu^2 = mu^2.$$

Άρα $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{3}{4}mu^2}{mu^2} = \frac{3}{4}$

Δ4.



Οι ζητούμενες δυνάμεις που ασκούνται στον δίσκο και τον δακτύλιο και στην ράβδο είναι μόνο η F οι οποίες είναι ίσες κατά μέτρο γιατί η ράβδος δεν έχει μάζα (αβαρή)

Για τον Δίσκο θα έχουμε:

Μεταφορική: $\Sigma F = ma_{cm} \Leftrightarrow W_x - F - T_s = ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\phi - F - T_s = ma_{cm}$ (1)

Στροφοική: $\Sigma \tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow T_s R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_\gamma \Leftrightarrow T_s = \frac{ma_{cm}}{2}$ (2)

$$\text{Από (1) και (2) θα είναι } mg\eta\mu\phi - \frac{1}{2}ma_{cm} - F = ma_{cm} \Leftrightarrow mg\eta\mu\phi - F = \frac{3}{2}ma_{cm} \quad (3)$$

Για τον δακτύλιο θα έχουμε:

$$\text{Μεταφορική: } \Sigma F = ma_{cm} \Leftrightarrow W_x + F - T_s = ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\phi + F - T_s = ma_{cm} \quad (4)$$

$$\text{Στροφική: } \Sigma \tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow T_s R = mR^2\alpha_\gamma \Leftrightarrow T_s = ma_{cm} \quad (5)$$

$$\text{Από (4) και (5) θα είναι } mg\eta\mu\phi - ma_{cm} + F = ma_{cm} \Leftrightarrow mg\eta\mu\phi + F = 2ma_{cm} \quad (6)$$

Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (6) θα καταλήξουμε στο ότι

$$a_{cm} = \frac{4g\eta\mu\phi}{7} \quad (8)$$

Αν τώρα αντικαταστήσουμε την 8 είτε στην (6) είτε στην (3) θα καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα:

$$mg\eta\mu\phi - \frac{1}{2}ma_{cm} - ma_{cm} = F \Leftrightarrow F = mg\eta\mu\phi - \frac{3}{2}ma_{cm} \Leftrightarrow F = mg\eta\mu\phi - \frac{3}{2}m \frac{4g\eta\mu\phi}{7} \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{mg\eta\mu\phi}{7} \Leftrightarrow F = 1N$$