

ΘΕΜΑ Α

A1. γ

A2. γ

A3. δ

A4. γ

A5. (α) Σ (β) Λ (γ) Σ (δ) Λ (ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Αρχικά ο φορτισμένος πυκνωτής έχει ενέργεια : $U_E = \frac{1}{2} CV_C^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 \Rightarrow U_E = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

Τη στιγμή που αναφέρει το πρόβλημα, έχω ενέργεια μόνο μαγνητικού πεδίου ίση με :

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 36 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Η ενέργεια που χάθηκε δηλαδή είναι

$$Q = 4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J. Σωστή η (ii).$$

B2. Αφού η απόσταση μεταξύ των πηγών είναι $d = 2\lambda_1$ τότε μετά την αλλαγή των συχνοτήτων η απόσταση θα είναι πάλι η ίδια όμως το λ θα έχει αλλάξει. Έτσι αφού η συχνότητα έγινε

$$f_2 = 3f_1 \Rightarrow \frac{u}{\lambda_2} = 3 \frac{u}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \Rightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2 \quad \text{και η απόσταση εκφράζεται ως } d = 2 \cdot 3 \cdot \lambda_2.$$

Άρα για τις αποσβέσεις θα έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = (2\kappa + 1) \frac{\lambda_2}{2} \\ r_1 + r_2 = d \end{array} \right\} 2r_1 = (2\kappa + 1) \frac{\lambda_2}{2} + d \Rightarrow r_1 = (2\kappa + 1) \frac{\lambda_2}{4} + \frac{d}{2} \Rightarrow r_1 = (2\kappa + 1) \frac{\lambda_2}{4} + \frac{6\lambda_2}{2}$$

$$\text{Άρα } 0 \leq r_1 \leq d \Rightarrow 0 \leq (2\kappa + 1) \frac{\lambda_2}{4} + 3\lambda_2 \leq 6\lambda_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3\lambda_2 \leq (2\kappa + 1) \frac{\lambda_2}{4} \leq 3\lambda_2 \Rightarrow -12 \leq 2\kappa + 1 \leq 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -13 \leq 2\kappa \leq 11 \Rightarrow -6,5 \leq \kappa \leq 5,5$$

Άρα $\kappa = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

δηλαδή 12 υπερβολές. Σωστή η (iii).

B3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της στροφορμής θα έχουμε: $L_{\alpha\rho\chi}=L_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow I_{\alpha\rho\chi}\omega_{\alpha\rho\chi}=I_{\tau\epsilon\lambda}\omega_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_1\omega_1=(I_1+I_2)\omega_2 \Rightarrow I_1\omega_1=(I_1+\frac{I_1}{4})\omega_2 \Rightarrow I_1\omega_1=\frac{5I_1}{4}\omega_2 \Rightarrow \omega_2=\frac{4}{5}\omega_1$$

Όμως $L_{\alpha\rho\chi}^{\Delta 1}=I_1\omega_1$ και $L_{\tau\epsilon\lambda}^{\Delta 1}=I_1\frac{4}{5}\omega_1=\frac{4}{5}I_1\cdot\omega_1$

$$\Delta L^{\Delta 1}=L_{\tau\epsilon\lambda}^{\Delta 1}-L_{\alpha\rho\chi}^{\Delta 1}=\frac{4}{5}I_1\omega_1-I_1\omega_1=-\frac{1}{5}I_1\omega_1=-\frac{1}{5}L_1, \quad |\Delta L^{\Delta 1}|=\frac{1}{5}L_1 \quad \text{Σωστή η (ii)}$$

ΘΕΜΑ Γ

(Γ1) Κάνουμε ΘΜΚΕ (I → II):

$$K_{II}-K_I=W_{\Sigma F} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1u_1^2-\frac{1}{2}m_1u_0^2=-\mu m_1gd \Rightarrow u_1^2-u_0^2=-2\mu gd \quad (1)$$

Για την ελαστική κρούση των σωμάτων θα έχουμε:

$$u_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow u_1'=\frac{m_1-2m_1}{m_1+2m_1}u_1 \Rightarrow u_1'=\frac{-m_1}{3m_1}u_1$$

$$\Rightarrow -\sqrt{10}=\frac{-u_1}{3} \Rightarrow u_1=3\sqrt{10}m/s$$

Άρα από την (1) θα έχουμε $(3\sqrt{10})^2-u_0^2=-2\cdot 0.5\cdot 10\cdot 1 \Rightarrow 90+10=u_0^2 \Rightarrow u_0=10m/s$

(Γ2)

$$K_{\Sigma_1}^{\text{ΠΡΙΝ}}=\frac{1}{2}m_1u_1^2=\frac{1}{2}m_1\cdot 90 \Rightarrow K_{\Sigma_1}^{\text{ΠΡΙΝ}}=45m_1$$

$$K_{\Sigma_1}^{\text{ΜΕΤΑ}}=\frac{1}{2}m_1u_1'^2=\frac{1}{2}m_1\cdot 10 \Rightarrow K_{\Sigma_1}^{\text{ΜΕΤΑ}}=5m_1$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική δεν έχω απώλειες προς το περιβάλλον οπότε η κινητική ενέργεια που μεταφέρθηκε είναι: $K_{\mu}=45m_1-5m_1 \Rightarrow K_{\mu}=40m_1$

$$\text{Άρα } \Pi\%=\frac{K_{\mu}}{K_{\Sigma_1}}\cdot 100=\frac{40m_1}{45m_1}\cdot 100=\frac{8}{9}\cdot 100=88.89\%$$

(Γ3)

$$\text{Θα είναι } \Sigma F=mu \Rightarrow -T=m_1u=\alpha=\frac{-\mu m_1g}{m_1} \Rightarrow \alpha=-\mu g \Rightarrow \alpha=-0.5\cdot 10 \Rightarrow \alpha=-5m/s^2.$$

$$\text{Άρα } u=u_1'+\alpha t \Rightarrow 0=\sqrt{10}-5t \Rightarrow t=\frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow t=\frac{3.2}{5} \Rightarrow t=0,64\text{ sec Μέχρι να γίνει η κρούση}$$

$$\text{θα είναι: } u_1=u_0+\alpha t_1 \Rightarrow \frac{u_1-u_0}{\alpha}=t_1 \Rightarrow t_1=0,08\text{ sec}$$

$$\text{Άρα } t_{\text{ολ}}=0,64+0,08=0,72\text{ sec}$$

$$(Γ4) \text{ Ελαστική κρούση: } u_2' = \frac{2m_1 + u_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow u_2' = \frac{2m_1}{3m_1} 3\sqrt{10} \Rightarrow u_2' = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

θα κάνουμε ΘΜΚΕ από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που σταματάει το σώμα:

$$K_{\tau\epsilon\lambda.} - K_{\text{ΑΡΧ.}} = W_{\Sigma F} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = W_{F\lambda} + W_T.$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = -\frac{1}{2} \kappa x^2 - \mu m_2 g x \Rightarrow m_2 u_2'^2 = \kappa x^2 + 2\mu m_2 g x$$

$$\Rightarrow 40 = 105x^2 + 0,5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10 \cdot x \Leftrightarrow 105x^2 + 10x - 40 = 0$$

$$\Delta = 100 - 4 \cdot (-40) \cdot 105 = 16900$$

$$\text{Άρα } x = \frac{-10 + \sqrt{16900}}{2 \cdot 105} = \frac{-10 + 130}{210} = \frac{120}{210} = 0,571\text{m}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1

Μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F = ma_{cm} \Rightarrow W_x - T = ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\phi - T = ma_{cm} \quad (1)$$

Στροφική κίνηση:

$$\Sigma \tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow TR = \frac{1}{2} mR^2 \alpha_\gamma \Rightarrow T = \frac{1}{2} ma_{cm} \quad (2)$$

$$\text{Από (1), (2): } mg\eta\mu\phi - \frac{1}{2} ma_{cm} = ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\phi = \frac{3}{2} ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} g\eta\mu\phi$$

Δ2

Θα είναι $I = I_{\text{κυλ.}} - I_{\text{μικρού}}$

$$I_{\text{κυλ.}} = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I_{\text{μικρού}} = \frac{1}{2} mr^2$$

όμως αφού έχουμε την ίδια πυκνότητα, θα πρέπει

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{M}{V} = \frac{m}{v} \Rightarrow \frac{M}{\pi R^2 k} = \frac{m}{\pi r^2 h} \Rightarrow \frac{M}{R^2} = \frac{m}{r^2} \Rightarrow m = M \frac{r^2}{R^2}$$

$$\text{Άρα } I_{\text{μικρού}} = \frac{1}{2} M \frac{r^2}{R^2} r^2 \Rightarrow I_{\text{μικρού}} = \frac{1}{2} M \frac{r^4}{R^2}$$

$$\text{Άρα } I = \frac{1}{2} MR^2 - \frac{1}{2} M \frac{r^4}{R^2} = \frac{1}{2} MR^2 - \frac{1}{2} MR^2 \frac{r^4}{R^4} \Rightarrow I = \frac{1}{2} MR^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right)$$

Δ3.

Αφού έχουμε λιπάνει το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε αυτό δεν συμμετέχει στην περιστροφική κίνηση. Συμμετέχει όμως στη μεταφορική. Οπότε:

$$ΜΤΦΡ \Sigma F = M a_{cm} \Rightarrow M g \eta \mu \phi - T = M a_{cm}$$

$$\Sigma ΤΡΦ \Sigma \tau = I \alpha_{\gamma} \Rightarrow T R = \frac{1}{2} M R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right) \alpha_{\gamma}$$

$$\Rightarrow M g \eta \mu \phi - \frac{1}{2} M \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right) a_{cm} = M a_{cm} \Rightarrow$$

$$g \eta \mu \phi = a_{cm} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right) a_{cm} \Rightarrow$$

$$g \eta \mu \phi = a_{cm} \left(1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right) \right) \Rightarrow$$

$$g \eta \mu \phi = a_{cm} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{r^4}{2R^4} \right) = a_{cm} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4} \right) \Rightarrow a_{cm} = \frac{g \eta \mu \phi}{\left(\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4} \right)} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2 g \eta \mu \phi}{\left(3 - \frac{r^4}{R^4} \right)}$$

Δ4.

$$\frac{K_M}{K_{\Sigma T}} = \frac{\frac{1}{2} M u^2}{\frac{1}{2} I \omega^2} = \frac{M u^2}{\frac{1}{2} M R^2 \omega^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right)}$$

$$\frac{K_M}{K_{\Sigma T}} = \frac{2}{1 - \frac{r^4}{R^4}} \quad \text{όμως} \quad \frac{r^4}{R^4} = \frac{R^4}{16 R^4} = \frac{1}{16}$$

$$\text{Άρα} \quad \frac{K_M}{K_{\Sigma T}} = \frac{2}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \frac{32}{15}$$



Σχολιασμός των θεμάτων.

Τα φετινά θέματα μπορούν να χαρακτηριστούν ως απαιτητικά για τους μαθητές αφού κάλυπταν ένα μεγάλο μέρος της ύλης και ταυτόχρονα απαιτούσαν από τον μαθητή να αυτενεργήσει και να πάρει πρωτοβουλίες για την επίλυσή τους. Το μοναδικό σημείο το οποίο θα μπορούσε να είναι πιο προσεγμένο είναι το θέμα των αριθμητικών πράξεων ειδικά στο θέμα Γ. Με μια πρώτη ματιά αυτό δεν είναι ορατό, αλλά αν λάβουμε υπ' όψιν τις πραγματικές συνθήκες των εξετάσεων οι μαθητές δαπάνησαν δυσανάλογα πολύ χρόνο για τις αριθμητικές πράξεις σε σχέση με το φυσικό πρόβλημα αυτό καθ' αυτό. Τέλος, τα θέματα μπορούν να χαρακτηριστούν διαβαθμισμένα μεν αλλά δύσκολα κάποιος φτάνει το άριστα.